
DESPUÉS DE VEINTE AÑOS DE INVESTIGACIÓN SOBRE LOS USOS DE CABRI, ¿QUÉ RESULTADOS Y QUÉ NUEVAS PREGUNTAS?

Colette Laborde

RÉSUMÉ

Cabri a déjà plus de vingt ans! Au cours de ces vingt années ont été menées de nombreuses recherches sur les usages de la technologie Cabri pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Que sait-on maintenant? Quelles nouvelles questions se pose-t-on? Quelles sont les orientations prises pour les années à venir? L'exposé cherchera notamment à décrire et analyser l'évolution des objets d'étude des recherches et de leurs problématiques. On montrera en particulier comment cette évolution s'est produite dans des interactions mutuelles avec trois pôles: les changements de la technologie Cabri, le déplacement des centres d'intérêt des recherches en didactique des mathématiques et les besoins des enseignants en charge d'introduire la géométrie dynamique dans leur enseignement.

Iberocabri 2008 - Córdoba

Despues de veinte años de investigación sobre los usos de Cabri:

¿Resultados, nuevas preguntas?

Colette.Laborde@imag.fr

Equipe DIAM-LIG, Université Joseph Fourier, IUFM Grenoble

1

La idea de la geometría dinámica no es nueva

⌘ Sollen unsere Schüler in die heutige Form der Wissenschaft und zwar gelegentlich in deren Anwendung eingeführt werden, so müssen sie beizeiten daran gewöhnt werden, die Figuren als jeden Augenblick veränderlich zu denken und dabei auf die gegenseitige Abhängigkeit ihrer Stücke zu achten, diese zu erfassen und beweisen zu können

⌘ (Treutlein 1911)

2

Breve reseña histórica

⌘ Prehistoria : 1963 Ian Sutherland IBM

⌘ Antes de 1990

⊗ Pioneros entusiastas

⊗ Usos avanzados en escuelas secundarias (ej: Suiza, Cataluña)

⌘ A partir de 1990

⊗ Investigaciones en didáctica a nivel internacional

⌘ Segunda mitad de los años 90

⊗ Cabri, primera aplicación de geometría dinámica en una calculadora avanzada (1995)

⊗ Desarrollo en todo el mundo de entornos de geometría dinámica: cerca de 70, menos de 10 originales

⊗ Integración en los currículos

⌘ Principio del siglo XXI

⊗ Cabri Junior en calculadoras gráficas populares (2002)

⊗ Integración en las prácticas de enseñanza

3

Objetivo de la exposición

⌘ Evolución

☒ De las investigaciones

☒ Sus objetos

☒ Sus problemáticas

⌘ ¿Cuáles usos ordinarios en la enseñanza?

☒ Problemas encontrados

☒ Condiciones para una evolución de los usos

⌘ Énfasis en el arrastre

4

Las primeras investigaciones

⌘ Revisión de análisis anteriores

⌘ de tipo epistemológico: sobre la noción de figura geométrica y la naturaleza de la geometría (en Francia)

☒ Distinción espacial/geométrico, dibujo/figura, espacio-gráfico/geométrico

⌘ de tipo didáctico: sobre l'actividad de los alumnos en geometría (USA, Inglaterra, Alemania)

☒ Distinción empírico/ teórico, analítico/global

☒ La geometría dinámica sirve para mostrar las concepciones de los alumnos sobre los objetos de la geometría

5

Primera fase : GD como “Window on”

- ⌘ sirve de revelador (“Window on”, Hoyles & Noss 1996)
 - ☒ en términos de la teoría de situaciones didácticas
 - ☒ Fuera del contrato usual, “milieu” diferente del milieu organizado en entorno papel lápiz (arrastre y herramientas geométricos de construcción)
- ⌘ gracias a las interacciones sujeto/situación
- ⌘ Problemática cognitiva (Lagrange et al.2003)

6

Primer tipo de tareas

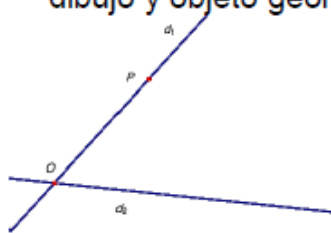
- ⌘ Tareas de construcción de figuras que resisten al desplazamiento (Sträßer, Hoyles, Noss, Healy, Jones...)
- ⌘ Existen en papel lápiz
- ⌘ Los conocimientos geométricos son herramientas eficaces para resolver el problema
- ⌘ Arrastre
 - ☒ sirve para definir la tarea; construcción robusta
 - ☒ para validar/invalidar
- ⌘ Renuevan las tareas clásicas de construcción

7

¿Qué han mostrado las investigaciones?

⌘ 1. Incluso alumnos con conocimientos geométricos realizan construcciones al tanteo:

- ☒ El desplazamiento para ajustar como un control espacial
- ☒ El desplazamiento para invalidar es poco utilizado espontáneamente por los alumnos (contrato que hay que instaurar, ausencia de conceptualización de la relación entre dibujo y objeto geométrico)



Construir un punto Q sobre d2 tal que $OQ = OP$



Construir un punto C alineado con A y B tal que $AB = AC$.

¿Qué han mostrado las investigaciones?

⌘ 2. Evolución de las construcciones de los alumnos gracias al desplazamiento

- ☒ Controles teóricos y espaciales
- ☒ Evolución de las soluciones gracias a las retroacciones de los controles espaciales en el arrastre (Jones 1998, Hoyles & Noss 1996)

Segundo tipo de tareas

- ⌘ Tareas de explicitación de las condiciones para la existencia de objetos (Hölzl, Arzarello, Olivero, Healy...)
- ⌘ Existen en papel lápiz
- ⌘ Pero la resolución es diferente en GD
- ⌘ Otro papel del arrastre: para explorar, experimentar

10

¿Qué han mostrado las investigaciones?

- ⌘ “Drag and link approach” (Hölzl 1996)
- ⌘ “Se puede dividir un triángulo cualquiera en dos triángulos isósceles o debe satisfacer alguna condición para poder hacerlo?”
- ⌘ El alumno construye una figura que satisface varias condiciones y ajusta arrastrando uno de los vertices del triángulo para obtener la última condición
- ⌘ Trata de usar la herramienta “Redefinición”- Fracaso
- ⌘ Combinación de dos tipos de acciones y controles: geométricos y espaciales

11

¿Qué han mostrado las investigaciones?

- ⌘ “Drag and link approach” (Hölzl 1996)
- ⌘ “Se puede dividir un triángulo cualquiera en dos triángulos isósceles o debe satisfacer alguna condición para poder hacerlo?”
- ⌘ El alumno construye una figura que satisface varias condiciones y ajusta arrastrando uno de los vértices del triángulo para obtener la última condición
- ⌘ Trata de usar la herramienta “Redefinición”-
Fracaso
- ⌘ Combinación de dos tipos de acciones y controles: geométricos y espaciales

11

Nuevas formas de razonamiento

- ⌘ Problemas abiertos
- ⌘ Ej: ¿Cuáles son las relaciones entre un cuadrilátero y el cuadrilátero determinado por las mediatrices de sus lados?
(Olivero)
 - ☒ Wandering dragging
 - ☒ Guided dragging (inducción)
 - ☒ Lieu muet dragging (abducción)

12

Primero y segundo tipos de tareas

⌘ Mostraron

- ☑ La existencia de procedimientos de resolución basados en el arrastre que no estaban previstos
- ☑ La interacción entre las herramientas que usan los alumnos y sus estrategias para resolver el problema

⌘ Las herramientas influyen sobre las acciones pero también forjan las conceptualizaciones (Vygotsky) (Noss & Hoyles) : noción de **situated abstraction**

13

Segunda fase : diseño de situaciones de aprendizaje

⌘ De la observación fina de la evolución de los alumnos, las investigaciones pasaron al uso de la GD para favorecer el aprendizaje en la escuela o la universidad

⌘ Influencia de marcos teóricos

- ☑ Teoría de las situaciones didácticas (Jahn, Bongiovanni, Moreno,... MAGI, Falcade)
- ☑ Teoría de la mediación semiótica (Bartolini Bussi, Falcade, Mariotti)
- ☑ Teoría antropológica (Acosta)

⌘ Idea común: interacción entre el uso de las herramientas de la GD y el uso de conocimientos

14

El arrastre cuestionado

- ⌘ El recurso al arrastre se basa en una familiaridad con la geometría como teoría: El arrastre exterioriza la variación de los objetos geométricos
- ⌘ Es distinto el significado del arrastre para alumnos sin conocimientos teóricos de geometría
 - ☒ “están atados, quedan pegados”
 - ☒ Segmento : barra rígida
- ⌘ Nueva pregunta: ¿cómo dar un significado al arrastre?

15

En la escuela primaria: proyecto MAGI

- ⌘ Arrastre que produce objetos geométricos como trayectorias (Arrastre combinado con Traza)
- ⌘ Arrastre para validar/invalidar que modeliza un desplazamiento en la realidad
- ⌘ Arrastre que cambia el tamaño y la orientación pero no deforma

16

En la práctica diaria

- ⌘ ¿Cómo instrumentan los profesores el arrastre cuando enseñan?
 - ☐ ¿Quién arrastra?
 - ☐ ¿Cuál es el papel del arrastre?
- ⌘ ¿Cuáles son los recursos a disposición de los profesores?

17

En Europa

- ⌘ Síntesis del proyecto europeo Inter2geo
- ⌘ Entre 24 países cuyos currículos fueron examinados,
 - ☐ La mitad menciona las tecnologías explícitamente
 - ☐ Un tercio menciona la GD pero
 - ☒ en ciertos países donde no se menciona, los inspectores recomiendan utilizar la GD
 - ☐ Disponibilidad en las escuelas muy variable de 25% a 100%
 - ☐ Disponibilidad no significa uso
 - ☒ Uso más bien esporádico
 - Ej: Lituania, licencia nacional: 1/4 de los profesores utilizan regularmente la GD
 - Ej: Austria, de 250 profesores interrogados, el 40 % dicen haberlo utilizado una vez en su carrera, 1/6 dicen utilizarlo regularmente

18

En los textos (Caliskan)

- ⌘ Repartición de los usos de la GD
 - ☑ Actividades 11%, Curso 5%, Ejercicios 84%
- ⌘ Pequeña proporción del uso de la GD: 5% de las tareas propuestas
- ⌘ Poco usada para la geometría en el espacio (en contradicción con los programas oficiales)
- ⌘ 13 textos de 32 proponen un CD,
 - ☑ más para el profesor que para el alumno
 - ☑ con figuras totalmente listas, para animar o con clic sobre botones

19

Rol del arrastre

- ⌘ Ilustración de teoremas (Caliskan 2006, Ruthven 2005)
 - ☑ El profesor es quien muestra
 - ☑ O los alumnos hacen las construcciones que son dadas paso a paso
 - ☑ El profesor expone el teorema, o hay que verificarlo o hay que enunciarlo
- ⌘ Dos usos del desplazamiento
 - ☑ Algunos casos
 - ☑ Variación continua

20

Ejercicios de los textos

- ⌘ “Arrastra, ¿qué observas?”
- ⌘ seguido eventualmente de
 - ☐ “Expresa una conjetura”
 - ☐ “Demuestre que ...”
- ⌘ El arrastre solamente para observar, no para investigar o explorar
- ⌘ En contradicción con las investigaciones y las innovaciones
- ⌘ Necesidad de una formación para los profesores

21

Recursos en Internet

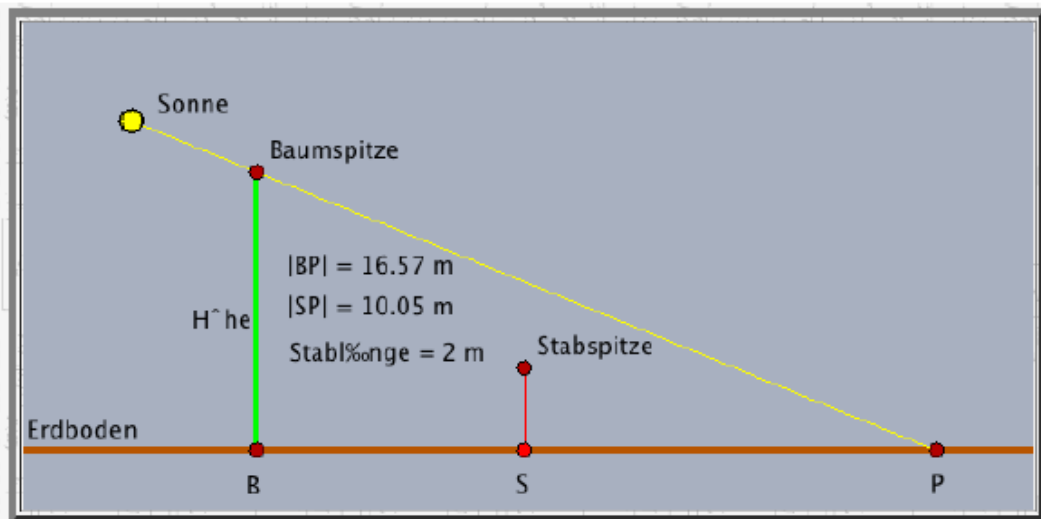
- ⌘ Aparentemente muy numerosos

Results 1 - 10 of about 58,800 French pages for géométrie dynamique théorème Thalès. (0.28 seconds)

- ⌘ La mayoría para comprobar la igualdad de cocientes durante el arrastre
- ⌘ Algunos avanzados
 - ☐ Relacionados con la demostración
 - ☐ Plantean problemas de lugares o trayectorias
- ⌘ No hay suficientes actividades simples o de nivel intermedio pertinentes para el aprendizaje y que aprovechen las ventajas de la GD

22

Arrastre: fuente del problema



23

Para los profesores, dos niveles de instrumentación

- ⌘ Utilizar la tecnología para resolver problemas matemáticos
- ⌘ Utilizar la tecnología para permitir el aprendizaje de los alumnos
- ⌘ El segundo nivel es más difícil

24

Características de una buena formación

⌘ Necesidad de

- ☒ Aprender a escoger las actividades, adaptarlas a una clase
- ☒ Proponer tareas reales destinadas a los alumnos para que analicen
- ☒ Las tareas
 - ☒ La ejecución de las mismas (video) (**Emprin**)

⌘ El segundo nivel depende de tres tipos de conocimiento en interacción (**Tapan, Acosta**)

- ☒ Matemático
- ☒ Sobre el artefacto
- ☒ didáctico

25

Un ejemplo de adaptación de una tarea (**Tapan 2006**)

Se propuso a futuros profesores el siguiente enunciado para comienzos de 6 grado (11-12 años)

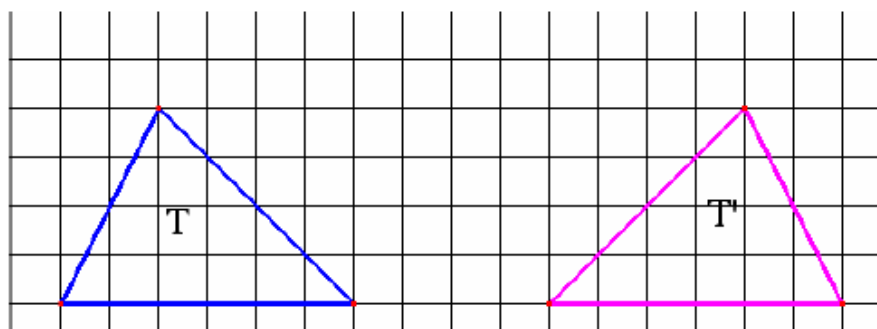
Esta es una situación para aprender la simetría ortogonal con papel y lápiz.

- 1) Ud se la propondría a sus alumnos?
- 2) Analice los usos posibles de Cabri en esa situación.
¿cuáles pueden ser las ventajas de utilizar la geometría dinámica?

26

Tarea papel lapiz

En la siguiente figura, el triángulo T' es la imagen del triángulo T por una simetría axial.
Construya el eje de simetría.



27

Comparación de dos trabajos

- ⌘ El segundo grupo utilizó una gran variedad de conocimientos interrelacionados
 - ☐ matemáticos
 - ☐ sobre el uso del programa
 - ☐ Sobre los conocimientos de los alumnos (evocan los alumnos con frecuencia)
 - ☐ Sobre el currículo
- ⌘ Ejemplo de la multiplicidad de dimensiones en juego en la preparación de una tarea

28