

## EL PROCESO DE CONCEPCIÓN DE ACTIVIDADES PARA LOS ALUMNOS CON GEOMETRÍA DINÁMICA

Sophie Sourry Lavergne

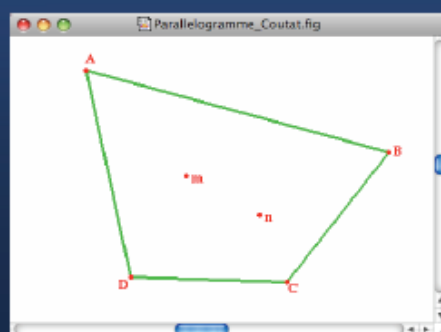
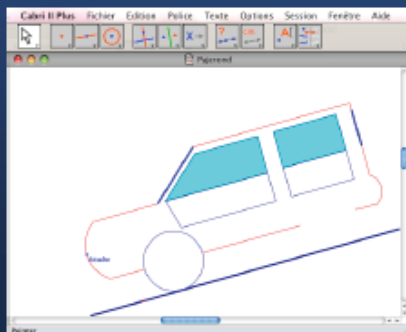
### El proceso de diseño de actividades para los alumnos con la geometría dinámica

Sophie.Sourry-Lavergne@imag.fr



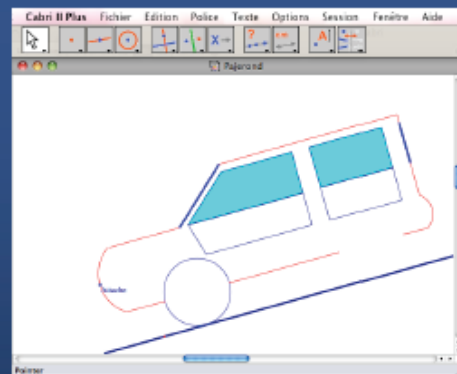
### Dos ejemplos de actividades para los alumnos

- ❖ Pajérond  
diseñado para el proyecto MAGI
- ❖ Del cuadrilátero al paralelogramo  
diseñado por Sylvia Coutat para su  
tesis de doctorado



## Pagérond Un auto que rueda

- ❖ Para alumnos de 11 años
- ❖ Evolución de las estrategias de los alumnos
  - El mecánico
  - Ajuste
  - Transformación de una limitación espacial en construcción geométrica
- ❖ Los conocimientos objetivo del aprendizaje son herramientas de resolución de la situación problema
  - Punto medio de 2 puntos
  - La construcción de un círculo que pase por dos puntos diametralmente opuestos
- ❖ Importancia de las retroacciones del programa para la validación
- ❖ Papel del arrastre: permite validar o invalidar la estrategia



## Del cuadrilátero al paralelogramo

Construcciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construye un cuadrilátero ABCD</li> </ul>	
Arrastres	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Selecciona Polígono en el menú Recta. Después de cada clic escribe el nombre de los vértices: A, B, C, D. haz clic sobre A para terminar.</li> <li>• Construye el punto medio M de [AC] et el punto medio N de [BD]</li> <li>• Arrastra el punto C para que los puntos M y N coincidan</li> </ul>	
Observación	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué pasa con ABCD ?</li> </ul>	

- ❖ El alumno indaga la relación de subordinación entre premisas y conclusión
  - limitaciones derivadas de las construcciones y los arrastres
  - conclusión asociada a la observación
- ❖ El conocimiento objetivo del aprendizaje es una reformulación de las acciones y los efectos obtenidos con Cabri
  - « un cuadrilátero cuyas diagonales se cortan en el punto medio es un paralelogramo »
  - noción de propiedad geométrica y distinción entre hipótesis y conclusión
- ❖ Importancia de las retroacciones del programa: permiten diferencias hipótesis de conclusión
- ❖ Papel del arrastre: es un elemento de la construcción
  - construcción blanda

## Papel del arrastre

- ❖ Estos dos ejemplos utilizan el arrastre de manera diferente
  - con el « auto que rueda » : arrastre permite validar e invalidar
  - con el « cuadrilatero que se convierte en paralelogramo » : arrastre es un elemento de la construccion, permite realizar una premisa
- ❖ En textos recientes hay actividades propuestas con geometría dinámica que aparentemente no utilizan el arrastre.
  - un ejemplo: «rectas paralelas»

### Ejercicio 2

Las rectas (AB) y (CD) son paralelas  
 Construir la paralela a la recta (AB) que pasa por E  
 Construir un punto (distinto de E) sobre esta paralela (punto sobre objeto) y llamarlo F

¿Que se puede decir de las rectas (CD) y (EF)?  
 Parece que

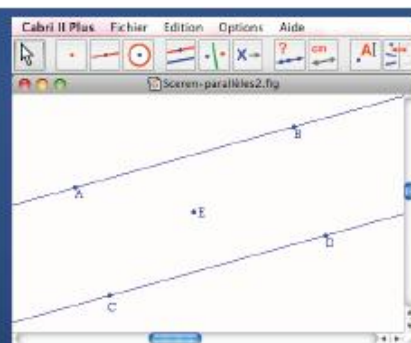
.....

.....

Verificar con el menú "test"

#### Propiedad

Las rectas (AB) y (CD) son paralelas  
 La recta (EF) es paralela a la recta (AB) y (EF) es  
 ..... a (CD)



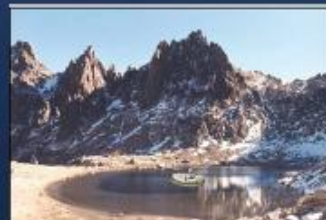


No todas las situaciones propuestas a los alumnos con geometría dinámica son pertinentes

## Un primer ejemplo de concepción: una situación de modelización

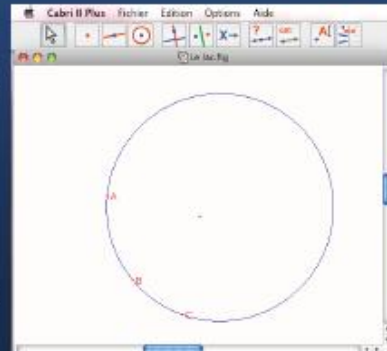
A. Fayó UTN Buenos Aires

- ❖ Patrulla de Rescate :
  - Para la formación de profesores sobre geometría dinámica
  - Los alumnos participan en un juego de simulación y deben realizar una serie de actividades con geometría dinámica
  - El contexto del juego es el de una expedición de socorro en montaña, cada actividad propuesta es una situación de salvamento
- ❖ Situación «del lago»
  - Un niño está en un bote en medio de un lago, y perdió los remos.
  - Tres personas llegan al lago para rescatarlo.
  - ¿Cuál persona está más cerca del niño?



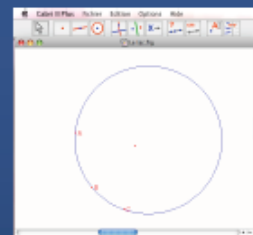
## Primer análisis

- ❖ Hay varios implícitos en la modelización de la situación:
  - El lago se representa con un círculo
  - El niño es un punto en el interior del círculo
  - Las 3 personas son 3 puntos sobre el círculo
- ❖ Estrategias de solución de alumnos de secundaria
  - Regionamiento del plano con mediatrices o círculos
- ❖ ¿cuál es el rol del arrastre para resolver el problema?
- ❖ ¿cuál es la ventaja de utilizar geometría dinámica?
- ❖ ¿cómo transformar el problema para que sea necesario arrastrar?



## Segunda propuesta

- ❖ ¿A dónde debe desplazarse una de las personas para estar aún más cerca del niño?
  - Diferentes estrategias de solución
    - Construcción blanda: buscar un círculo con centro en el niño y tangente al lago, utilizar conocimientos sobre las propiedades de los círculos tangentes
    - Construcción casi robusta: un círculo con centro en el niño corta el « lago », la mediatriz de las dos intersecciones corta el lago en el punto más cercano al niño
    - Construcción robusta: centro del círculo (con mediatrices), radio del círculo que pasa por el niño determina el punto mas cercano
  - Análisis a priori
    - Conocimientos sobre el círculo y sobre los círculos tangentes
    - Las mediatrices
- ❖ Rol del arrastre en la búsqueda de la solución
- ❖ Rol del arrastre en la validación de la solución: introducción de la variación de la posición del niño en el lago
- ❖ ¿Y si el lago se representa con una elipse?





## El lago, proposición final y análisis a priori

### Modelización con círculo

- ❖ ¿cuál persona está más cerca?
  - Conocimientos útiles :  
regionamiento del plano con  
círculos o mediatrices
- ❖ ¿cuál es la posición más  
cerca?
  - Conocimientos útiles: círculos  
tangentes o mediatriz para la  
construcción del centro de un  
círculo

### Modelización con elipse

- ❖ ¿cuál persona está más cerca?
  - Conocimientos útiles:  
regionamiento del plano con  
círculo o mediatriz
- ❖ ¿cuál es la posición más  
cerca?
  - Conocimientos útiles: sobre el  
círculo tangente a la elipse

ya no puede usarse  
la mediatriz

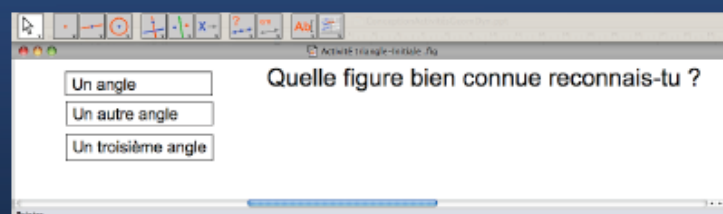
### Análisis a priori :

- ❖ El cambio de modelización (variable didáctica) impide una estrategia  
« mediatriz » y favorece otra « círculos tangentes »
- ❖ Permite producir y controlar el aprendizaje de los alumnos

## Otro ejemplo de Patrulla de Rescate: el triángulo

- ❖ El punto de partida, una representación hermosa  
de un triángulo construido a partir de sus tres  
ángulos

### TRI - ANGULOS

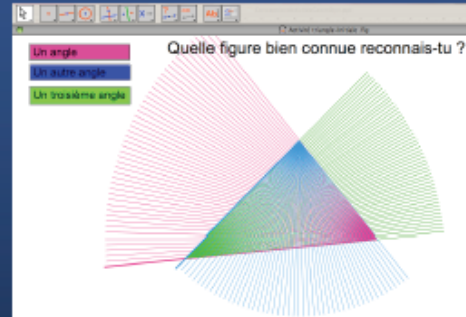


- ❖ ¿Cómo construir una actividad para los alumnos a  
partir de esta idea?

## Otro ejemplo de Patrulla de Rescate: el triángulo

### ❖ Conocimiento objetivo

- La suma de los ángulos de un triángulo es  $180^\circ$



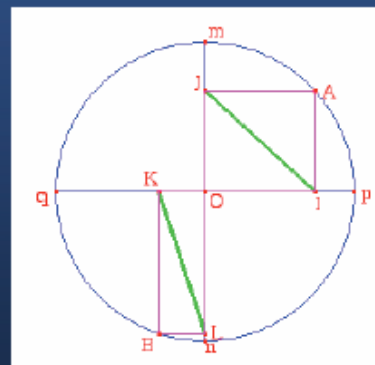
### ❖ Proponer

- Triplas de ángulos cuya suma es  $180^\circ$  y otras cuya suma es diferente
- Actividad de los alumnos: arrastrar los ángulos para formar un triángulo
- Descubrir por qué algunos forman un triángulo y otros no

## Transformación de un problema en papel y lápiz para utilizar geometría dinámica

A. Colonna & al. IREM de Lyon

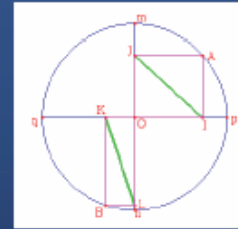
- ❖ Problema inicial, en papel y lápiz
- ❖ Un círculo de centro O y dos de sus diámetros perpendiculares
- ❖ OIAJ y OKBL son dos rectángulos
- ❖ ¿Quién es más largo: [IJ] o [KL]?



## Transformación de un problema en papel y lápiz: primer ensayo en clase

### ❖ Análisis a priori

- Conocimientos necesarios
  - diagonal, radio de un círculo, transitividad de la igualdad
  - Concebir los segmentos OA y OB simultáneamente como diagonales de los rectángulos y como radios del círculo
- Estrategias con la figura dinámica
  - superponer los dos rectángulos
  - Medir una diagonal y constatar que su medida es constante durante el arrastre, no hay sorpresa
  - Medir la otra diagonal, constatar la igualdad de las longitudes
- Utilización del arrastre: no sirve utilizar dos rectángulos para plantear el problema
- Puede medirse pero en papel y lápiz también!

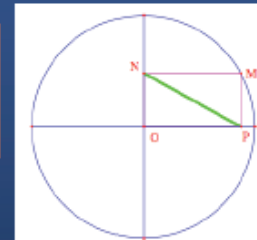


### ❖ Experimentación

- En Cabri, los alumnos miden todo, también el radio del círculo.
- Algunos alumnos notan que un radio del círculo tiene la misma longitud que las diagonales
- Dos rectángulos complican la interacción con los alumnos
- No se busca una justificación, los alumnos sólo constatan

## Transformación de un problema en papel y lápiz: segundo ensayo en clase

- 1° Utilizar Cabri para hacer una conjetura sobre la longitud NP cuando M se mueve sobre el círculo C
- 2° Haga un dibujo en su cuaderno que ilustre la conjetura.
- 3° ¿Cómo puede explicar la afirmación que hizo?



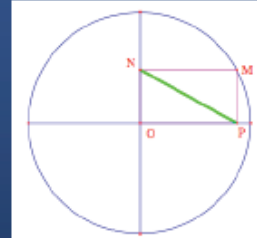
### ❖ Experimentación con alumnos

- Justificación con medidas: la diagonal siempre mide 4 cm
- El resultado mostrado por Cabri no sorprende a los alumnos
- El cambio de tamaño del círculo permite contrastar la variación de la longitud de la diagonal con la del círculo, y su constancia cuando M varía sobre el círculo
- Todavía es difícil justificar que la longitud no cambia
- ❖ Repensar el problema para que la conjetura no sea un hecho de observación indiscutible sino un descubrimiento sorprendente.



## Transformación de un problema en papel y lápiz: tercer ensayo en clase

- ❖ Para los alumnos es evidente que  $PN$  es constante
- ❖ Hay que problematizar el descubrimiento de «  $PN$  es constante » para motivar la búsqueda de una explicación y de una demostración utilizando transformación :



«  $PN$  es constante »  
(porque  $M$  pertenece al círculo)  
los alumnos constatan

Una longitud variable  
constante bajo ciertas  
condiciones: sacar  $M$  del círculo

- ❖ Nueva pregunta:  
¿Dónde colocar  $M$  para que  $PN$  tenga longitud constante?

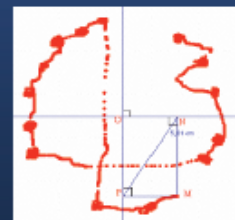
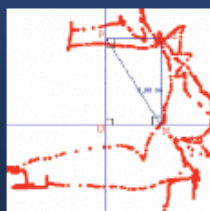
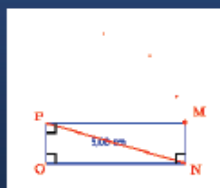
## Transformación de un problema en papel y lápiz: tercer ensayo en clase

Hacer la siguiente construcción en Cabri...

Queremos encontrar todas las posiciones de  $M$  tales que el segmento  $[NP]$  mida 5 cm

¿qué puede decir de esas posiciones?

Determinar la figura en la que están esas posiciones, dar todas las características.



¿Por qué todas las  
posiciones están sobre  
un círculo?



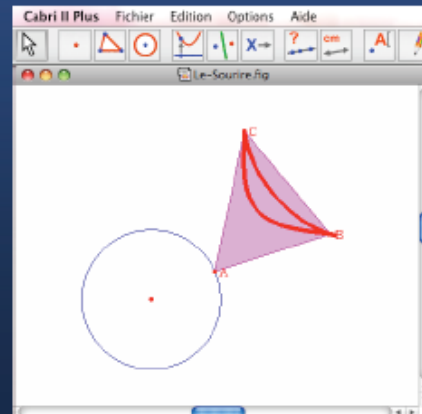
Necesidad de la demostración

## Una caja negra: la sonrisa

*J.M. Ravier & J. Haraki, IREM de Montpellier*

- ❖ Resolver la caja negra: ¿cómo reconstruir la sonrisa a partir de un círculo y un triángulo con un vértice sobre el círculo?

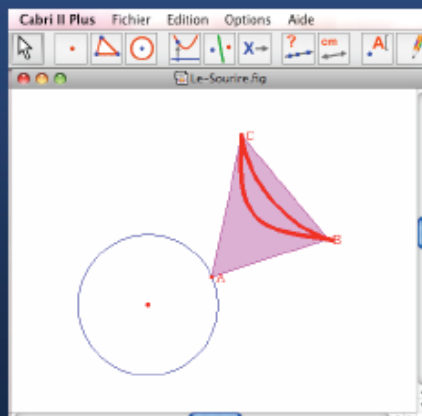
- ❖ Conocimientos necesarios
  - Triángulo, círculo y puntos notables del triángulo
  - Noción de lugar
- ❖ Objetivo de aprendizaje
  - Noción de lugar para alumnos de liceo
- ❖ Dificultades:
  - El lugar está dado (basta con acercar el cursor a la sonrisa)
  - ¿cómo concluir?



## Una caja negra: la sonrisa

*Ravier & Haraki, IREM de Montpellier*

- ❖ Exploración con el esquema «buscar dependencia de puntos»:
  - arrastrar B, C o el círculo -> familias de curvas
  - arrastrar A -> no hay efecto en la sonrisa
- ❖ Conclusión: la sonrisa depende de B, C y del círculo pero no de A!
- ❖ Ruptura con el invariante operatorio de Cabri :  
«todo punto construido utilizando otros puntos se mueve cuando los otros puntos se desplazan»
- ❖ Utilización en formación de profesore para hacer explícito el esquema de dependencia y su rol en el trabajo de los alumnos



## Conclusión

### herramientas teóricas y metodológicas para el diseño de actividades para los alumnos

- ❖ Los conocimientos objetivo del aprendizaje son herramientas de resolución de la situación problema
- ❖ Una metodología que se inspira de la didáctica de las matemáticas, basada en el concepto de situación a-didáctica
  - El alumno debe poder utilizar una estrategia de base que no permita llegar al buen resultado
    - ¿Cuáles son los conocimientos necesarios para comenzar la actividad?
  - Incertidumbre del alumno
    - ¿el alumno puede escoger entre varias estrategias?
  - El alumno debe obtener las retroacciones que comprenda, que le permitan invalidar su estrategia de base y cambiarla
    - ¿Cómo puede saber el alumno si ha logrado resolver la actividad o no sin la evaluación del profesor?
  - El conocimiento que se busca es la herramienta eficaz para resolver la actividad
    - ¿Cuál es el conocimiento que se busca? ¿Es posible resolverla sin éste?
- ❖ Rol del análisis a priori: identificar
  - las estrategias de resolución posibles, los conocimientos utilizados en estas estrategias
  - las características de la situación que bloquean o favorecen las estrategias
  - las retroacciones que permiten validar o invalidar las estrategias

## Conclusión

### herramientas teóricas y metodológicas para el diseño de actividades para los alumnos

- ❖ Criterios propios de la geometría dinámica
  - un problema en papel y lápiz no necesariamente es un problema en geometría dinámica
  - ¿Qué aporta la geometría dinámica?
    - ¿la geometría dinámica aporta más que figuras limpias numerosas y precisas?
    - un medio en el cual experimentar
  - ¿Qué papel se le da al arrastre en la actividad del alumno?
    - ¿para crear el problema? ¿para buscar una solución? ¿para validar?
- ❖ Problematicar
  - Transformar una actividad en la cual el alumno debe constatar un fenómeno que se produce independientemente de sus intenciones en una actividad en la cual actúa con la intención de obtener una configuración particular
    - proponer preguntas sobre las condiciones y no sobre las conclusiones
      - « ¿cuáles son las condiciones que permiten obtener tal propiedad? »
  - ¿Hay algún momento en el cual la situación del alumno no es WYGIWY?
    - idea de ruptura y de desestabilización necesaria para el aprendizaje en general y que motiva la búsqueda de la prueba

## Gracias por su atención

- ❖ « Del lago » y « El triángulo »
  - Facultad R. General Pacheco UTN: « Patrulla de Rescate »
  - Alicia Fayó y colegas
  - <http://www.educared.org.ar/enfoco/patrulla/>
- ❖ « Transformación de un problema »
  - IREM de Lyon: « I@ feuille à problèmes »
  - A. Colonna, B. Frackowiak, M. Le Berre, J.-F. Zucchetto
  - <http://irem-fpb.univ-lyon1.fr/feuillesprobleme/feuille10/dansnosclasses/transfopb.html>
- ❖ « La sonrisa »
  - IREM de Montpellier: « défi entre groupe distant en ZEP »
  - J. M Ravier et J. Haraki
  - <http://www.irem.univ-montp2.fr/groupeZEP/informatique/informatique5.htm#info1>