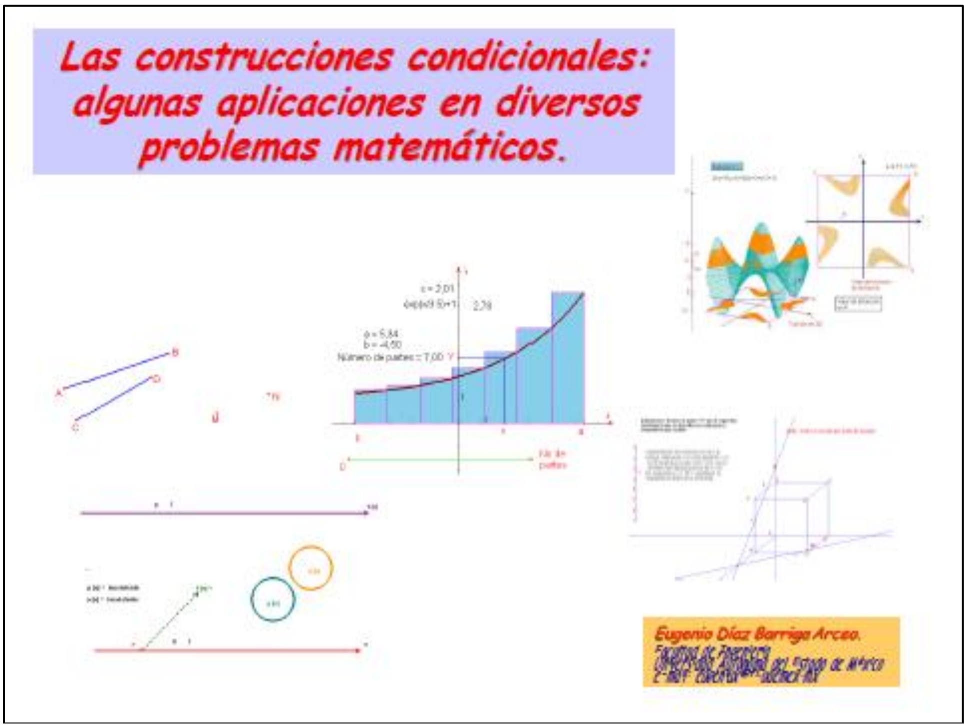
LAS CONSTRUCCIONES CONDICIONALES: ALGUNAS APLICACIONES EN DIVERSOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Eugenio Díaz Barriga Arceo

RESUMEN

El siguiente trabajo presenta un conjunto de construcciones condicionales que pueden emplearse para resaltar diferentes aspectos en la solución de problemas matemáticos. Se abordan el bosquejo de lugares geométricos "desconocidos", el triángulo de Pascal, las regiones entre niveles de una superficie, reglas de correspondencia entre naturales y racionales, entre otros. Proponemos así mismo, la realización de algunas actividades adicionales que acompañen al trabajo geométrico para fortalecer los conceptos trabajados. Se aprovechan tanto las herramientas antiguas como el botón de ocultar y mostrar.



Introducción

Llamaremos construcción condicional a toda aquel conjunto de objetos (sean objetos geométricos, numéricos y textos) que aparece cuando una cierta condición geométrica se cumple en el ambiente de Geometría Interactiva.

Las construcciones condicionales pueden ser de mucha utilidad, por ejemplo con propósitos didácticos: al exhibir precisamente que una cierta condición se cumple o que una tendencia en la figura se va marcando; un cálculo, un texto oportuno o un objeto geométrico especial pueden ayudar a resaltar la condición que va alcanzando el ambiente.

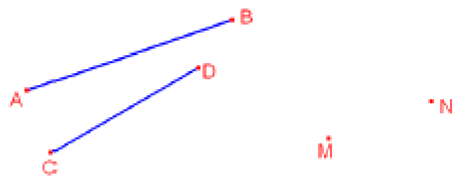
Otra aplicación posible surge para la evaluación del trabajo de los estudiantes, dentro del ambiente mismo del problema que se presenta ante ellos: los alumnos pueden responder dentro del ambiente mismo, ya sea con construcciones que resuelvan casos especiales o bien elaboren un ensayo de una argumentación o aún una demostración.

En este trabajo trataremos algunas de estas construcciones asociadas con las aplicaciones posibles que podríamos asociarles.

Una problema antiguo de Cabri-Logique: Punto ping - pong

Se trazan los segmentos AB y CD, y aisladamente dos puntos M y N. Se desea construir lo que haga falta para que, cuando AB se intersecte con CD, aparezca el segmento MN y que cuando no lo haga, se mantengan aislados los puntos M y N.

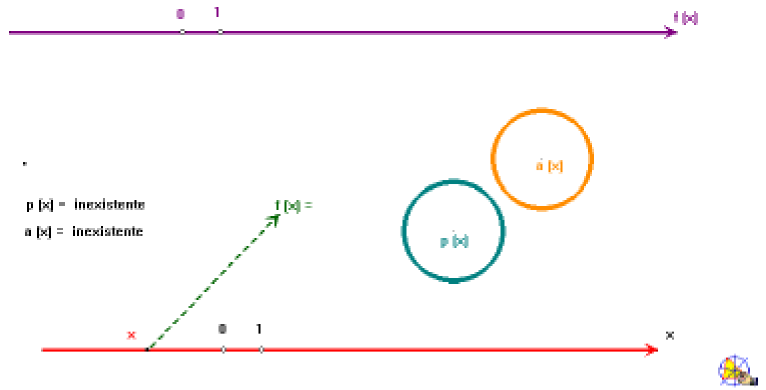
Extensión 1: Ademas, que cuando aparezca el segmento MN, aparezca el triángulo equilátero de base MN y el texto "el triángulo MNP está bárbaro"



3

Caja negra
$x \rightarrow f(x)$

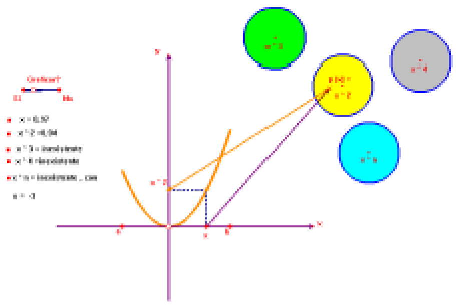
Dado un vector, al introducir un extremo dentro de la circunferencia que atrapa la caja negra, aparece otro vector que apunta al valor de f(x).



Botón en una barra deslizante

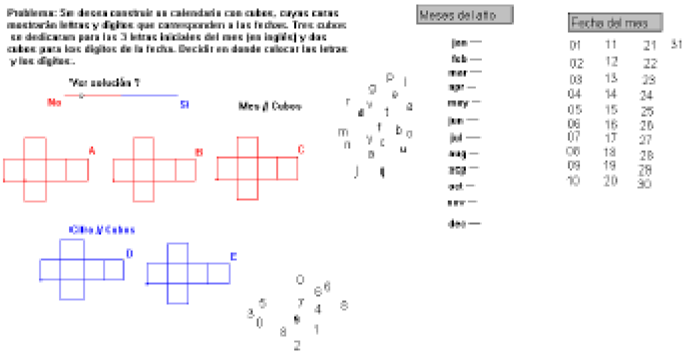
Se traza un segmento AB y un punto móvil X sobre el mismo. El segmento AB se divide en dos partes iguales mediante el punto C.

En otra parte de la pantalla, tenemos un sistema coordenado que nos mostrará la gráfica de la función $y = x^2$ cuando el punto móvil se encuentre AC y que no muestre la gráfica en otro caso.



Rompecabezas lógicos

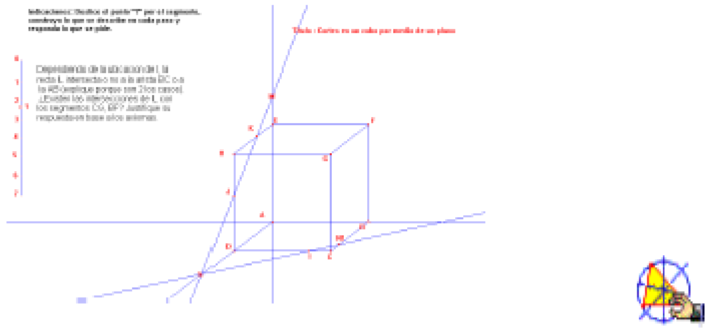
Diversos rompecabezas lógicos pueden plantearse de tal forma que la labor de ensayo y error, propia de un entorno de lápiz y papel, sea substituida por una de ensayos mediante el arrastre de elementos.
La ventaja de esta aplicación es que podemos guardar también las soluciones de los problemas, para que el usuario pueda contrastar aquellos intentos que realizó en la tarea.



6

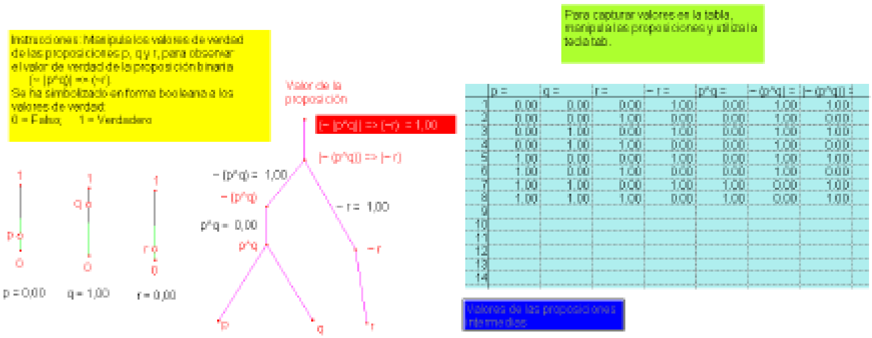
Ejemplos de Aplicación: Cortes en un cubo mediante un plano

Problema: Dados 3 puntos localizados en aristas no concurrentes de un cubo, se traza el polígono del corte en el cubo.
La construcción condicional puede utilizarse para coordinar la información necesaria para ir construyendo y justificando paso a paso los trazos necesarios. Al mismo tiempo, puede servir para proponer actividades de evaluación del aprendizaje dentro del entorno constructivo.



Proposiciones lógicas

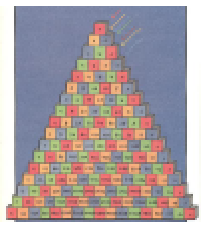
Para construir una proposición lógica, podemos utilizar botones en barras deslizantes que permitan generar los distintos valores de verdad (0 = falso, 1 = verdadero) de las proposiciones simples que la componen.
Mediante una construcción alternativa, puede generarse la tabla completa de valores de verdad de la proposición construida.

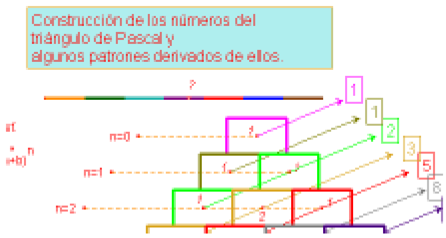


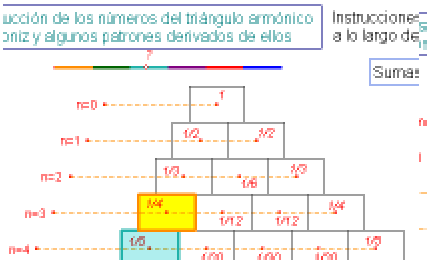
	p =	q =	r =	~ r =	p^q =	~(p^q) =	[~(p^q)] =
1	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	1,00	1,00
2	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00
3	0,00	1,00	0,00	1,00	0,00	1,00	1,00
4	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00
5	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	1,00	1,00
6	1,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00
7	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	0,00	1,00
8	1,00	1,00	1,00	0,00	1,00	0,00	1,00
9							
10							
11							
12							
13							
14							

Triángulos de Pascal y Leibniz

Las construcciones condicionales pueden emplearse para resaltar la regularidad de distintos patrones matemáticos.



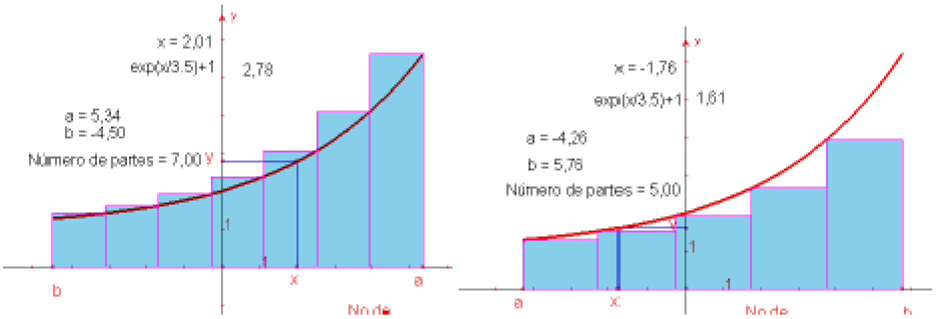




9

Integral de una función y = f (x)

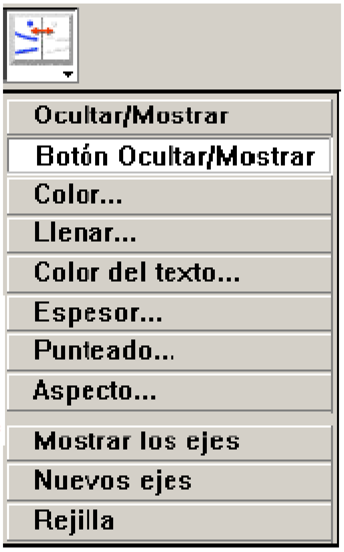
Problema: construir una partición de un intervalo cuyo número de subintervalos crezca al estirar un segmento para mostrar que el área bajo la curva se aproxima mediante sumas de Riemann superiores e inferiores.

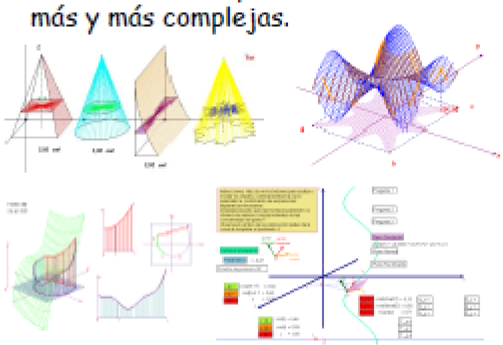


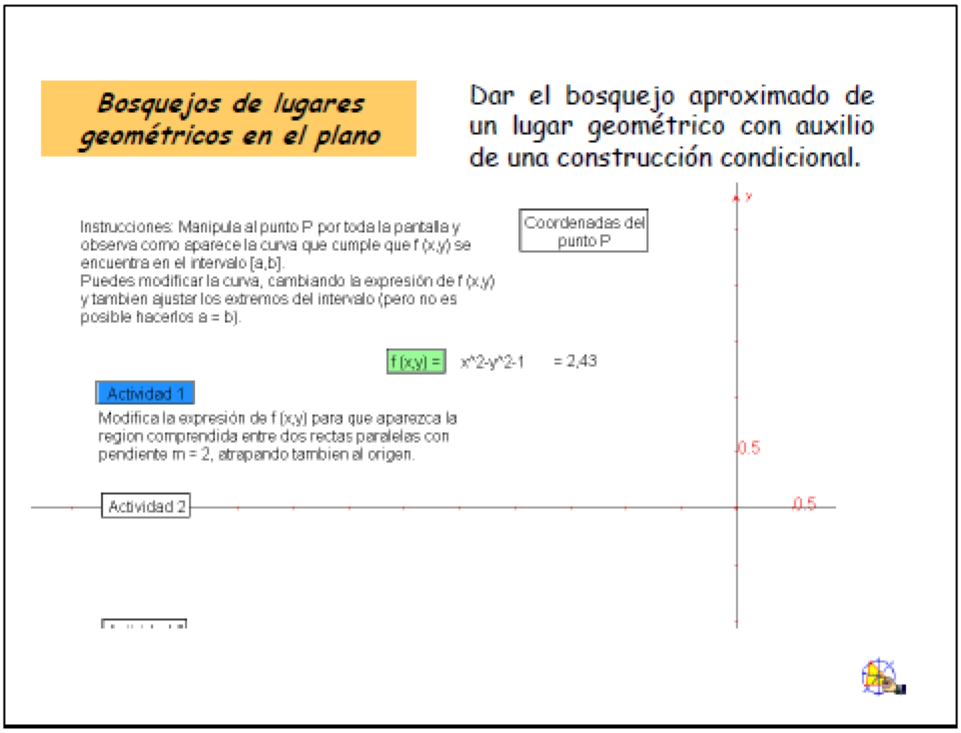
10

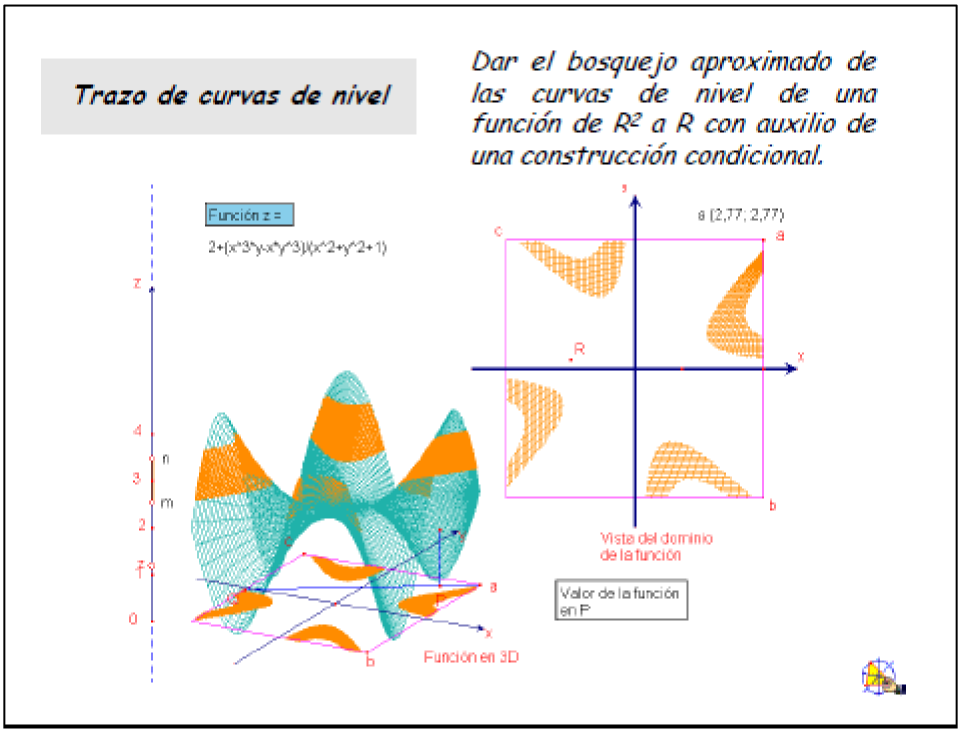
Simplificando: Botón ocultar / mostrar

El botón ocultar / mostrar simplifica los procesos constructivos condicionales. Esto es muy importante para construcciones que se vuelven más y más complejas.






Bosquejos de lugares geométricos en el plano
Dar el bosquejo aproximado de un lugar geométrico con auxilio de una construcción condicional.
Instrucciones: Manipula al punto P por toda la pantalla y observa como aparece la curva que cumple que f (x,y) se encuentra en el intervalo [a,b].
Puedes modificar la curva, cambiando la expresión de f (x,y) y tambien ajustar los extremos del intervalo (pero no es posible hacerlos a = b).
Coordenadas del punto P
f (x,y) =
x^2-y^2-1
= 2,43
Actividad 1
Modifica la expresión de f (x,y) para que aparezca la region comprendida entre dos rectas paralelas con pendiente m = 2, atrapando tambien al origen.
Actividad 2
y
0.5
0.5


Trazo de curvas de nivel
Dar el bosquejo aproximado de las curvas de nivel de una función de R² a R con auxilio de una construcción condicional.
Función z =
2+(x^3*y-x*y^3)/(x^2+y^2+1)
z
4
3
2
f
0
n
m
a
b
x
Función en 3D
a (2,77; 2,77)
c
R
x
Vista del dominio de la función
Valor de la función en P

Conclusiones

Las posibilidades constructivas de Cabri se amplían fuertemente cuando se utilizan las construcciones condicionales. Las aplicaciones que se abordaron aquí abarcan desde fines meramente didácticos en Geometría y Cálculo, de investigación sobre curvas y superficies, de búsqueda de patrones numéricos, hasta las de carácter simplemente recreativas.

Cuando las construcciones condicionales incluyen texto, este puede emplearse oportunamente para lanzar preguntas de evaluación de los contenidos que se han abordado; al mismo tiempo, permiten la escritura de respuestas breves, así como la construcción de casos especiales dentro de la discusión general de los problemas abordados: son herramientas potentes desde muchos puntos de vista.

Eugenio Díaz Barriga Arceo
Facultad de Ingeniería
Universidad Autónoma del Estado de México
e-mail: eugeniux@fi.uaemex.mx